

Международный форум

### ЕВРАЗИЙСКИЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ДИАЛОГ

г. Ярославль | 26-27 апреля 2021 года

### Конференция

«Трансфер образовательных технологий: перезагрузка взаимодействия педагогической науки и образовательных практик»



### Международный форум ЕВРАЗИЙСКИЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ДИАЛОГ

г. Ярославль | 26-27 апреля 2021 года

# ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА ОСНОВЕ ОСВОЕНИЯ СЛОЖНОГО ЗНАНИЯ

СМИРНОВ Евгений Иванович, доктор педагогических наук, профессор ЛЕБЕДЕВА Елена Сергеевна, студентка V курса ФМФ ИВАЩЕНКО Диана Александровна, студентка V курса ФМФ Ярославский государственный педагогический университет

им. К.Д. Ушинского

#### ПРОБЛЕМА:



Какова концепция и технология математической формирования грамотности школьников (задания 4-6 уровней PISA) условиях создания информационнонасыщенной образовательной среды освоения знания сложного средствами математического И компьютерного моделирования?



# **ЦЕЛЬ:** Освоить, интерпретировать и реализовать концепцию и технологию формирования математической грамотности школьников на основе освоения сложного знания в контексте:

- гуманизации и синергии математического образования школьника и будущего педагога;
- информатизации и цифровизации обучения математике;
- индивидуализации освоения математической деятельности на основе самоорганизации;
- развития творческой активности и адаптация современных достижений в науке к обучению математике;
- наглядного моделирования и фундирования опыта личности как атрибутов и механизмов технологии формирования математической грамотности

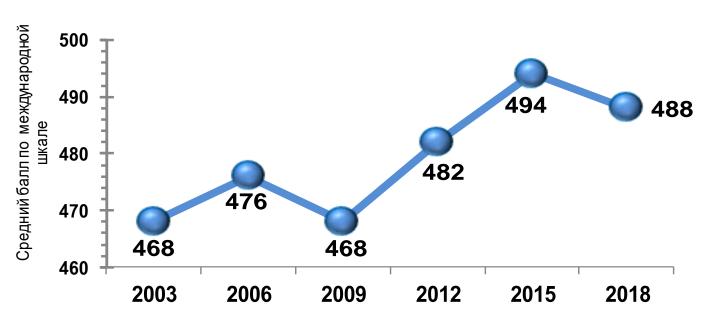


### Основные затруднения в выполнении заданий мониторинга формирования функциональной грамотности

- понимание сюжетной ситуации и перевод её на язык предметной области, нахождение способа решения; (наглядное моделирование)
- работа с информацией, представленной в разной форме (рисунок, текст, таблица, диаграмма); (вариативность, модальности восприятия)
- работа с реальными данными, величинами и единицами измерений; (экспериментальная математика)
- интерпретация результата с учетом предложенной ситуации; (математическое и компьютерное моделирование)
- проявление самостоятельности, использование учебного и жизненного опыта. ( синергия и фундирование опыта личности)



#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ





#### Порядок и хаос в математическом образовании

В математическом образовании обучающегося важнейшей проблемой является вопрос адекватного восприятия сложного знания и деятельности, приводящей к эффекту понимания на фоне высокой учебной или профессиональной мотивации. Исследование и значимость примеров самоорганизации в живой и неживой природе через процессы разрушения и созидания

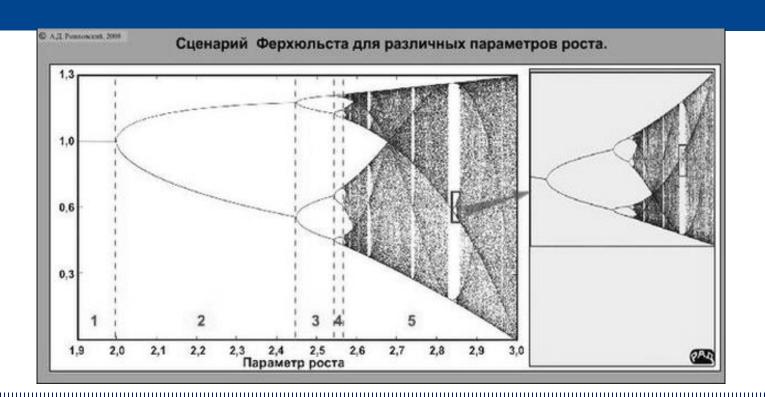
(хаоса и порядка) показали, что нарастание сложности в открытых и неравновесных системах не является деструктивным механизмом, а наоборот является необходимым переходом к новому уровню развития, более сложным и упорядоченным формам организации, в том числе, в образовательных структурах.



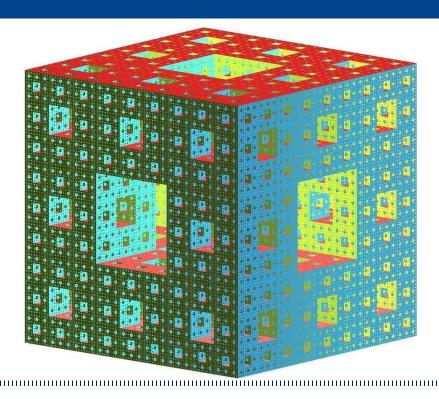


Школьник уже сейчас должен знакомиться с нелинейным стилем мышления в постнеклассических науках, знать и находить ассоциации в реальной жизни таких феноменов коллективной упорядоченности как эффект Жаботинского-Белоусова, ячейки Бинара («дорога гигантов» в Ирландии), теория Гинзбурга-Ландау сверхпроводимости в системе квантов, уравнения Лотки - Вольтерра в системе «хищник-жертва», снежинка Коха и цилиндр Шварца, сценарий Ферхюльста и «эффект бабочки» странного аттрактора Лоренца, нейронные сети и клеточные автоматы и т.п.

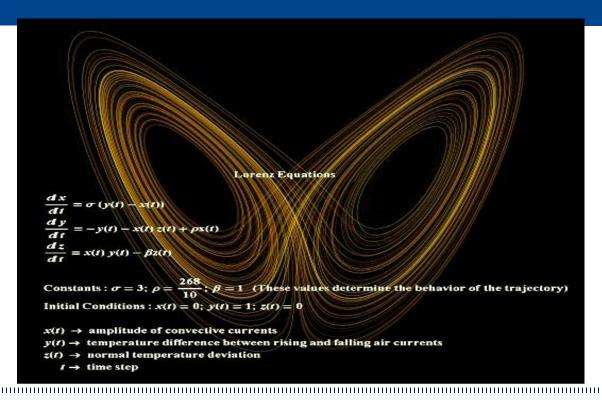








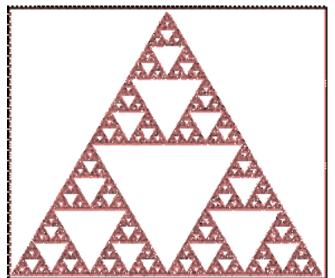


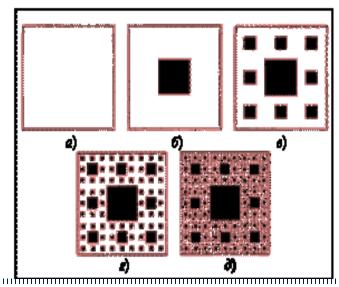




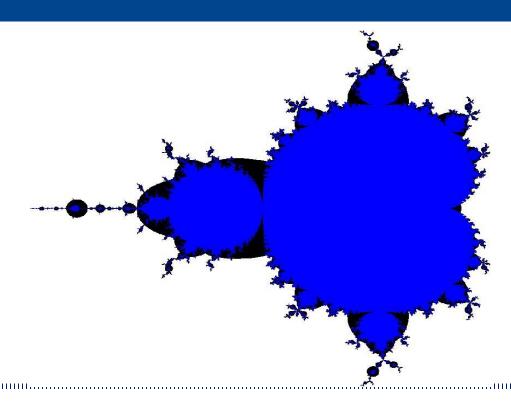
#### Функции Серпинского

Двумерным аналогом функции Кантора является <u>ковер</u> <u>Серпинского:</u>











# Новые математические методы в развитии науки, техники и экономики



#### Обобщенные функции

- Фрактальная геометрия
- Теория хаоса и катастроф
- Fuzzy-logics (нечеткие множества)
- Теория кодирования и шифрования
- Клеточные автоматы
- Нейронные сети ......

И. Кант «В каждом знании столько истины, сколько в нем математики»



### Что искать и каковы критерии?

В настоящее время существуют тысячи нерешенных ( и решенных) математических проблем. Использование в учебном процессе только части из них может реально повысить учебную мотивацию школьников и качество математического образования. Критерии отбора:

- логическое продолжение идей и доступность аппарата представления;
- красота и лаконичность формулировки проблемы, возможность визуализации и использования информационных технологий;
- возможность поэтапного и доступного историогенеза и перехода от школьной математики к методам и частным случаям современной проблемы;
- информационная насыщенность математическими знаниями и методами, обобщающими школьную математику.

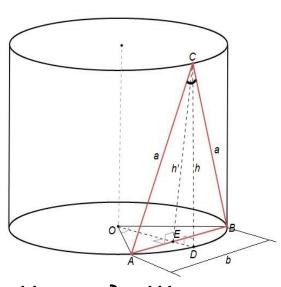
Интеграция современных достижений в математике и школьного математического образования является актуальной и далеко не решенной задачей в дидактике математики, эффективность реализации которой трудно переоценить



$$q = \lim_{m,n\to\infty} \frac{m}{n^2}$$



$$S = 2\pi R \sqrt{R^2 \frac{\pi^4}{4} q^2 + H^2}$$



Цилиндр Шварца



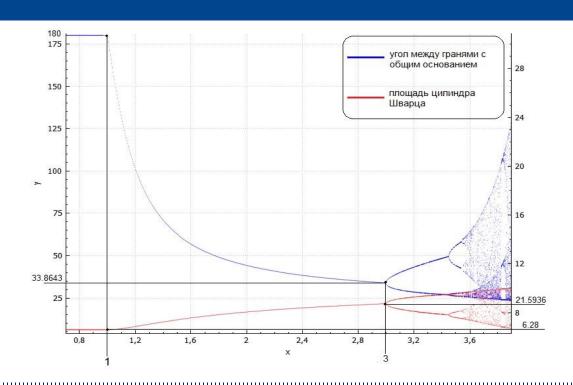
**Сформулируем задачу:** при каком значении угла между гранями с одинаковым основанием возникает первая бифуркация площади цилиндра Шварца, если

$$m = f^{n}(\mathbf{a}_{0}) \cdot \mathbf{n}^{2}$$
  $m, n \to \infty$ 

Где 
$$f(\mathbf{a}_0) = xa_0(1-a_0)$$
 - логистическое отображение.

Рассмотрим бифуркационную диаграмму на следующем рисунке



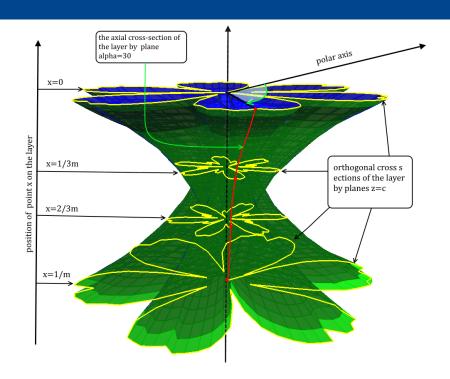




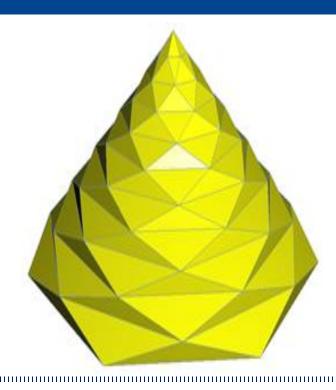
### Задачи для актуализации «проблемной зоны» для малых групп

- 1.1. Компьютерное и математическое моделирование нахождения площади многогранных поверхностей (построение, вычисление, свойства, вариации, лабораторно-расчетные занятия);
- 1.2. Существование и нахождение площади поверхности вращения гладких кривых вокруг оси; невозможность развертки сферы (компьютерное и математическое моделирование, вариации, прикладные задачи, ресурсное занятие);
- 1.3. Нахождение «площади» поверхности цилиндра Шварца в регулярном случае ( m< n2, m = n2, m> n2) (компьютерное и математическое моделирование, построение, вычисление, вариации, прикладные задачи, лабораторно расчетные занятия);
- 1.4. Компьютерное и математическое моделирование нахождения площадей поверхностей сферы, конуса, цилиндра, тора по методу Г. Минковского ( построение, вычисление, вариации, прикладные задачи, лабораторно расчетные занятия).







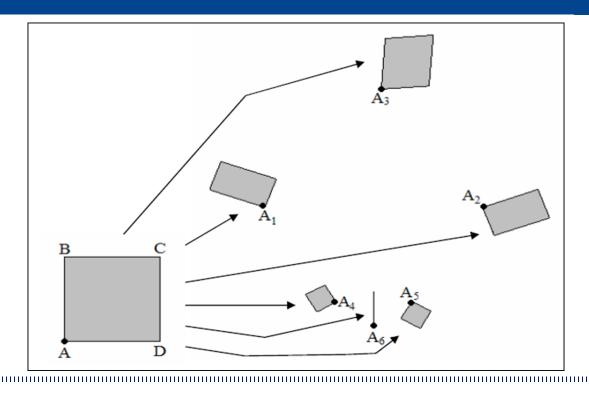








### Пример М. Барнсли и В.С.Секованова





$$A_{1}: \begin{pmatrix} 0.121 & -0.575 \\ 0.332 & 0.209 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.57 \\ 0.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.121 \cdot x - 0.575 \cdot y - 0.57 \\ 0.332 \cdot x + 0.209 \cdot y + 0.1 \end{pmatrix};$$

$$A_{2}: \begin{pmatrix} 0.121 & 0.575 \\ -0.332 & 0.209 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.57 \\ 0.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.121 \cdot x + 0.566 \cdot y + 0.57 \\ -0.332 \cdot x + 0.209 \cdot y + 0.1 \end{pmatrix};$$

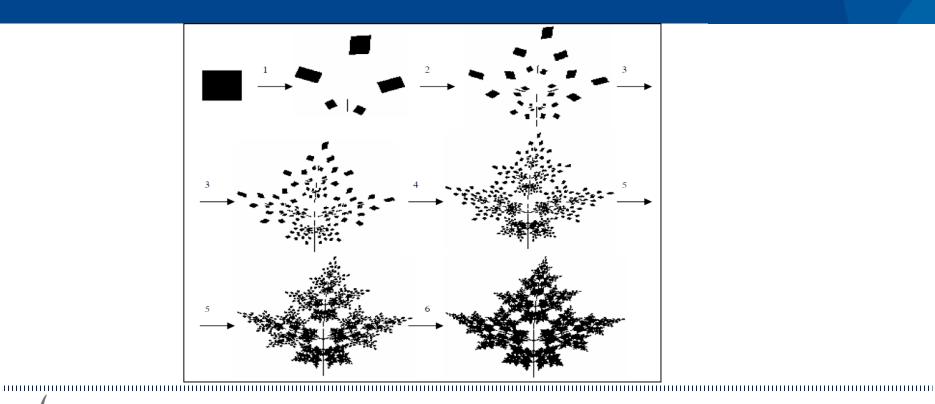
$$A_{3}: \begin{pmatrix} 0.5 & 0.04 \\ 0.04 & 0.6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.04 \\ 0.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \cdot x + 0.04 \cdot y + 0.04 \\ 0.04 \cdot x + 0.6 \cdot y + 0.8 \end{pmatrix};$$

$$A_{4}: \begin{pmatrix} -0.113 & -0.196 \\ 0.196 & -0.113 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.2 \\ -0.46 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.113 \cdot x - 0.196 \cdot y - 0.2 \\ 0.196 \cdot x - 0.113 \cdot y - 0.46 \end{pmatrix};$$

$$A_{5}: \begin{pmatrix} -0.113 & 0.196 \\ -0.196 & -0.113 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.2 \\ -0.46 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.113 \cdot x + 0.196 \cdot y + 0.2 \\ -0.196 \cdot x - 0.113 \cdot y - 0.46 \end{pmatrix};$$

$$A_{6}: \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -0.6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \\ 0 \cdot x + 0.4 \cdot y - 0.6 \end{pmatrix};$$







# «Проблемные зоны» — основа актуализации процессов самоорганизации и саморазвития личности

Как механизм самоорганизации прежде всего, возрастает потребность в актуализации обобщенных конструкций и отношений сущности в предметном содержании школьного и профессионального образования, связанных, прежде всего с решением и исследованием сложных задач средствами математического и компьютерного моделирования. При этом проявляющиеся нелинейные процессы должны включать механизмы самоадаптации личности с эффектом скачкообразного перехода на более высокие уровни освоения когнитивной деятельности, нахождения «проблемных зон» перехода процессов развития в процессы саморазвития в ходе освоения сложного математического знания.

Тем самым, намечается парадигма методологического расширения обучающего потенциала от освоения «зон ближайшего развития» Л.С.Выготского к освоению «проблемных зон» самоорганизации и саморазвития личности обучающегося.



### Критерии выявления «проблемных зон» в обучении математике, основаны на особенностях решения сложных задач

Имеют место следующие характеристики:

- в динамике освоения математических знаний и процедур есть явная неадекватность восприятия , невозможность переноса связей и процедур учебных элементов в частном их проявлении на более общую конструкцию;
- процесс выявления сущности учебных элементов в сложных «проблемных зонах» основан на множественности целеполагания и возможности математического моделирования обобщенного конструкта и разумной конечности этапов адаптации обобщенной сущности к наличному знаниевому комплексу «проблемной зоны»;
- необходимы разнообразные поисковые пробы с использованием информационных технологий (экспериментальные срезы, варьирование условий и параметров функционирования «проблемной зоны», сравнительный анализ конкретных проявлений, компьютерное моделирование, аналогии, анализ через синтез и т.п.);
- результаты исследования «проблемной зоны» и процессы взаимодействия с ней не могут быть предсказаны полностью; для этого взаимодействия характерна множественность результатов, включая побочные.

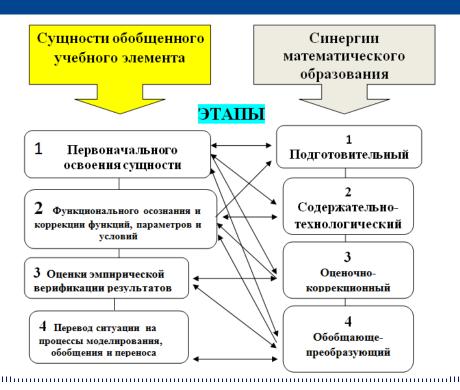


### Технологическая карта развертывания этапов адаптации сложного знания:

- диагностика синергетических эффектов и наличного состояния личностных смыслов и предпочтений в способах освоения математического содержания;
- определение критериев отбора, объема, структуры и содержания «проблемных зон» в освоении математического знания, обладающих потенциалом сложности и возможностями проявления синергии в обучении математике;
- исследование образцов научных проблем (на эталонном и ситуативном уровнях) с проявлением синергии сложного знания средствами математики на основе реализации ИКТ-средств поддержки математического образования;
- актуализация атрибутов и параметров адаптации проявления синергии научной проблемы («проблемной зоны» математического образования) с детализацией, анализом, особенностями и этапами;
- актуализация, обобщение и оценка математических, информационных, гуманитарных и естественнонаучных знаний и методов в процессуальном периоде исследования «проблемной зоны» в контексте интеграции, этапности и вариативности проявлений.



#### Согласование этапов проявления модусов



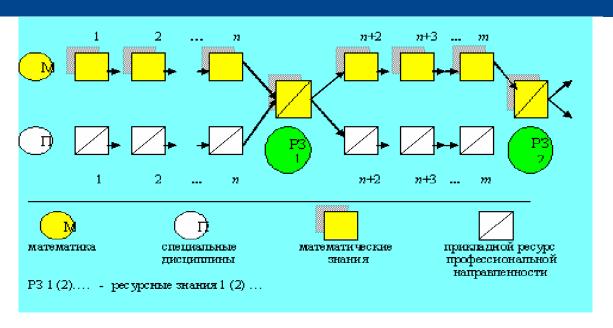


#### Ресурсные занятия

Конструктивистский подход можно эффективно реализовывать на специально разработанных формах учебного взаимодействия — *ресурсных занятиях*, предполагающих информационную и процессуальную интеграцию двух или более учебных предметов в одном уроке с доминирующим управлением на основе развертывания фундирующих процедур и актуализации мотивации самоопределения.



#### Схема внедрения ресурсных занятий



Частота проведения ресурсных занятий по математике: 8 — 10 занятий в учебном году (2 занятия в четверти по 2 часа) в течении двух лет



**Многоэтапные математико-информационные задания** — это целостная последовательность задач, упражнений, проблем и дидактических ситуаций, составляющих единую проблемную зону прикладного характера и историогенеза, разрешаемую симбиозом математического и компьютерного моделирования и включающую:

- -- различные виды творческой математической деятельности;
- -- создание художественных композиций с помощью фракталов и компьютерного моделирования;
- -- проведение компьютерных экспериментов при построении математических моделей подзадач;
- -- проведение лабораторно-расчетных работ по математике в ходе поиска решений и исследования проблемной зоны;
  - -- поиск, отбор, интерпретация и использование информации в сетевом взаимодействии;
- -- решение нестандартных задач по математике, прогнозирование результатов и получение побочных продуктов математической деятельности, создание математико-информационных проектов, связанных с творческой деятельностью выдающихся математиков и др.



### Пример расшифровки содержания функциональных блоков

- площадь многогранных комплексов триангуляций боковой поверхности регулярного ( слои одной высоты) цилиндра или «сапога» Швърца; снежинка Коха, салфетка Серпинского ( периметр и площадь как предельные конструкты); аттракторы и бассейны притяжения кусочно- линейных отображений; множественная гомотетия плоскости и пространства ( неподвижные точки, поляры, бассейны притяжения).

- логистическое уравнение Т.Мальтуса, сценарий
П.Ферхюльста; фрактальная геомерия , множества Жюлеа и Мандельброта ( историогенез, математическое и компьютерное моделирование, приложения).

**Формы и средства:** ресурсные и лабораторно-расчетные занятия, работа в малых группах, уроки-лекции, педагогические программные продукты, банки заданий, тренинги презентации, ClassPad400, GeoGebra, Web-ресурсы.



Компоненты, актуализация и организация процессов адаптации «проблемной зоны» школьной математики (предел функции) к содержанию обобщенного конструкта научного знания

- **Мотивационное поле:** Наглядное моделирование ( уроки-лекции, видео клипы, проектная деятельность, презентации, деловые игры) мотивационно прикладных ситуаций различного толкования понятия предела функции и предельных процессов (динамика ограниченного роста популяции, логистическое уравнение, множество Мандельброта, площадь криволинейной трапеции):
- **Задачи** для актуализации «проблемной зоны» для малых групп школьников (определение состава малых групп, распределение ролей, актуализация практико-ориентированной исследовательской деятельности):

Данная фаза соответствует этапу 1-2 и адекватно реализуется в 3-4 мероприятиях урочной или внеурочной деятельности.



Множественное целеполагание процессов исследования обобщенного конструкта научного знания (предел функции) — выявление содержания, этапов фундирования сущности обобщенного конструкта (предела функции), формализации, историогенеза, наличие образцов проявления сущности на эталонном и ситуативном уровнях; наглядное моделирование интеграции (графы согласования) математических, информационных, гуманитарных и естественнонаучных знаний на проявления сущности; создание ситуаций интеллектуального напряжения самоорганизации обучающихся, актуализация неопределенности и точек математических процедур, механизмов самоопределения и самоактуализации в проблемных ситуациях в ходе освоения компонентов сущности обобщенного конструкта; множественный опыт решения микропроблем математического образования в режиме "warming up" и развития надситуационной активности.

Данная фаза соответствует всем этапам 1-4 и адекватно реализуется в мероприятиях урочной или внеурочной деятельности.



Актуализация атрибутов синергии (бифуркации, аттракторы, флуктуации, бассейны притяжения) в процессе исследования обобщенного конструкта (предел функции) - Формы: дистанционное обучение проектных групп, лабораторно-расчетные занятия, многоэтапные математикоинформационные занятия, научные конференции и семинары, сетевое взаимодействие и дискуссионные форумы; Средства: математическое и компьютерное моделирование, QT Creator – кроссплатформенная свободная IDE для разработки на C++, педагогические программные продукты, малые средства информатизации ClassPad400, WebQuest – как средство интеграции Web-технологий с учебными предметами, Wiki-sites, Messenger, Skype; Технологии: графы согласования математических знаний и процедур, работа в малых группах, WebQuest – как технология самоорганизации в коллективном творчестве, метод проектов, Wiki –технология, наглядное моделирование, фундирование опыта личности.

Данная фаза соответствует всем этапам 1-4 и адекватно реализуется в мероприятиях урочной или внеурочной деятельности.

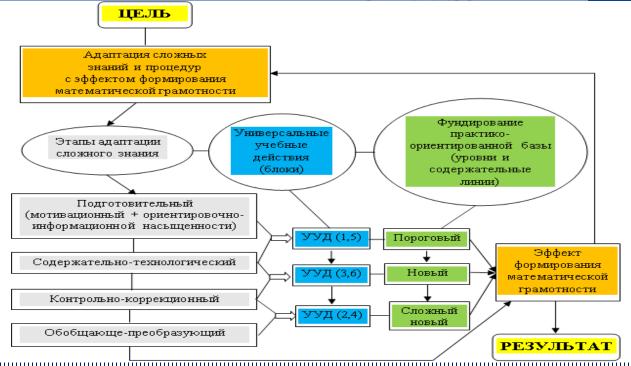


### Эффективный диалог культур на основе компьютерного и математического моделирования обобщенного конструкта ( предел функции):

- структурно-логический уровень интеграции знаний и процедур различных дисциплин в контексте диалога и единства многообразия культур в освоении обучающихся (в малых группах, деловых играх, сетевых взаимодействиях, презентациях, научных конференциях и семинарах) образцов проявления синергии на эталонном и ситуативном уровне исследования конкретных естественнонаучных и гуманитарных проблем математическими и компьютерными методами;
- уровень актуализации единства и особенностей диалога культур в многообразии межкультурной коммуникации. Это проявляется в углубленном исследовании конкретной проблемы современного научного знания на основе многообразия проявлений математических структур ( геометрических, алгебраических, топологических, стохастических), использования многообразия средств компьютерного моделирования;
- уровень самоорганизации и саморазвития межкультурных взаимодействий в контексте актуализации сущности обобщенного конструкта ( появление побочных продуктов, преобразование форм и методов и т.п.



# Дидактическая модель формирования математической грамотности обучающихся на основе адаптации сложных знаний и процедур









Аналогично могут быть исследованы **«проблемные зоны» базовых учебных** элементов: площадь поверхности; производная и дифференцируемость функции; неподвижные точки и сжимающие отображения и др. Как показывает рассмотренный пример лонгитюдное исследование «проблемных зон» предъявляет повышенные требования к их отбору и количеству, в то же время развивающий эффект от освоения школьниками сложного знания в контексте современных достижений в науке и диалога математической, информационной, естественнонаучной и гуманитарной культур трудно переоценить.



### СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

